成人高考高起专《数学》复习资料

一、集合和简易逻辑

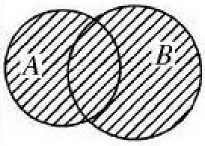
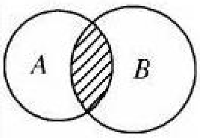
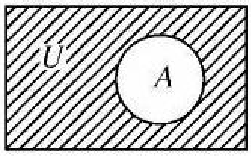
1．集合的概念（灵活运用）

子集：对于集合 A 和集合 B，如果 A 中的所有元素都能在 B 中找到，则集合 A 就叫做 B 的子集，记作：A 包含于 B，$A\subseteq B$

并集：由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素所组成的集合，记作 $A\cup B$

交集：由属于 A 且属于 B 的相同元素组成的集合，记作 $A\cap B$

补集：绝对补集。一般来说，设 U 是一个集合，A 是 U 的一个子集，则 U 中所有不属于 A 的元素称为 A 在 U 中的补集

	集合的并集	集合的交集	集合的补集
符号表示	$A\cup B$	$A\cap B$	若全集为 U，则集合 A 的补集为 C_UA
图形表示			
意义	$\{x\mid x\in A, 或\ x\in B\}$	$\{x\mid x\in A, 且\ x\in B\}$	$\{x\mid x\in U, 且\ x\notin A\}$

2.简易逻辑（灵活运用）

判断真假的语句叫命题。命题真值只能取两个值：真或假。真对应判断正确，假对应判断错误。

如：真命题：三角形的三角之和为 180 度

如：假命题：人会飞

充分条件：如果 A 能推出 B，B 不一定能推出 A，那么 A 就是 B 的充分条件。如：A 为 B 的子集，即属于 A 的一定属于 B，则有元素 x 属于 A，就一定能推出 x 属于 B

必要条件：如果 B 能推出 A，A 不一定能推出 B，则 B 为 A 的必要条件

充分必要条件：A 能推出 B，B 也能推出 A，则 A 是 B 的充分必要条件

二、不等式和不等式组

1.不等式性质一（灵活运用）

1）不等式两边同加或同减一个数，不等号方向不变，若 a>b, 则 a±c>b ±c

2）不等式两边同乘或同除以一个正数，方向不变

3）不等式两边同乘或同除以一个负数，方向改变

2. 不等式的性质二（掌握）

1）如果 a>b>0, c>d>0, 那么 ac>bd

2）如果 a>b， ab>0，则 1/a<1/b

3）如果 a>b >0, 那么$a^n > b^n$ （n>1）

4）|a+b|≤|a|+|b|

三、函数

1. 函数定义域和值域（掌握）

Y=f(x)中，x 的取值范围即为函数的定义域，y 对应 x 的取值范围为值域

2. 函数奇偶性（掌握）

偶函数：若对于定义域内的任意一个 x，都有 f(-x)=f(x)，那么 f(x)称为偶函数。

奇函数：若对于定义域内的任意一个 x，都有 f(-x)=-f(x)，那么 f(x)称为奇函数。

定理奇函数的图像关于原点成中心对称图表，偶函数的图象关于 y 轴成轴对称图形。

3. 一次函数（灵活运用）

Y=kx+b（k≠ 0，b 为任意实数）

直线与坐标轴交点：（0，b），（-b/k，0）

K>0		
b>0	b<0	b=0
1、2、3 象限	1、3、4 象限	1、3 象限
K<0		
b>0	b<0	b=0
1、2、4 象限	2、3、4 象限	2、4 象限

4. 二次函数（灵活运用）

Y=ax^2+bx+c（a, b, c 是常数，a≠ 0）

常见判断：开口方向，对称轴，与 x 轴的交点，顶点

判断函数是否与 x 轴相交

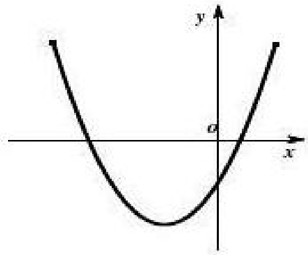
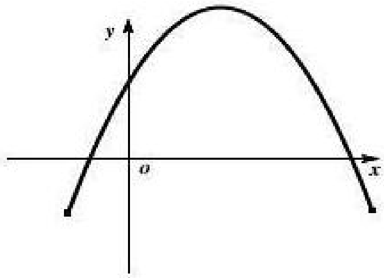
$\Delta=b^2-4ac$，

Δ>0，函数与 x 轴有 2 个交点

Δ=0，函数与 x 轴有 1 个交点

Δ<0，函数与 x 轴无交点

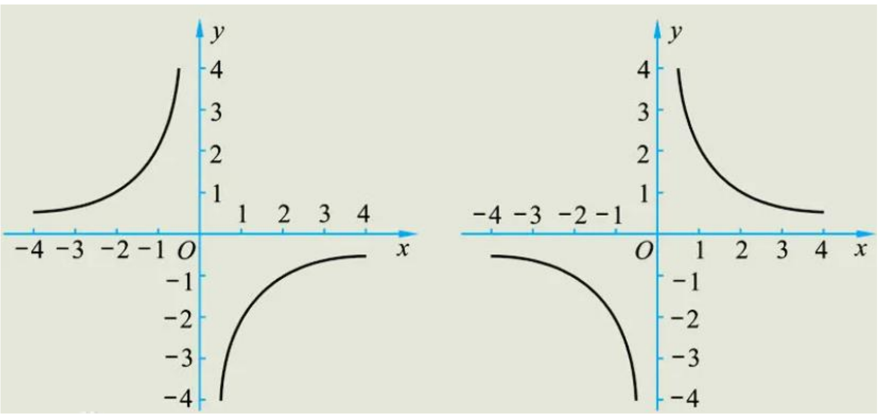
交点公式：$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

函数	二次函数 $y=ax^2+bx+c$(a、b、c 是常数，$a\neq0$)	
图象	$a>0$	$a<0$
		
开口	向上	向下
对称轴顶点	$x=-\frac{b}{2a}$,	$(-\frac{b}{2a},\frac{4ac-b^2}{4a})$

5. 反比例函数（掌握）

$Y=\frac{k}{x}$（$x\neq0$）

奇函数，k>0 时，函数定义域内是减函数；K<0 时，函数定义域内是增函数



四、指数和对数（掌握）

1. 指数的概念

指数是幂运算 $a^n(a\neq0)$ 中的一个参数，a 为底数，n 为指数，指数位于底数的右上角，幂运算表示指数个底数相乘。当 n 是一个正整数，a^n 表示 n 个 a 连乘。当 n=0 时，$a^n=1$。

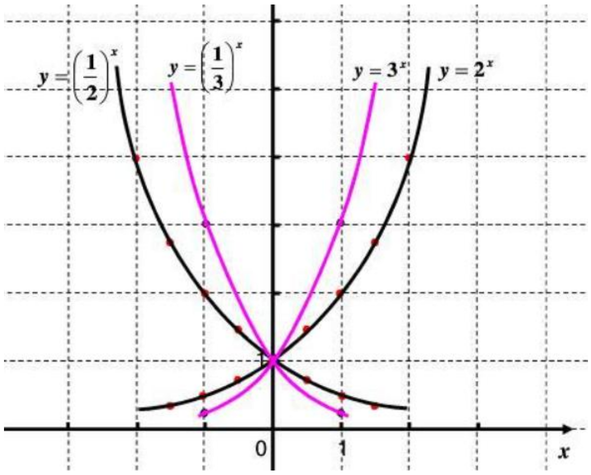
1） $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$

2） $(a^n)^m = a^{nm}$

3） $a^n / a^m = a^{n-m}$

4） $(ab)^n = a^n b^n$

5） $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$



2. 对数的概念

对数是对求幂的逆运算，正如除法是乘法的倒数，反之亦然。 这意味着一个数字的对数是必须产生另一个固定数字（基数）的指数。

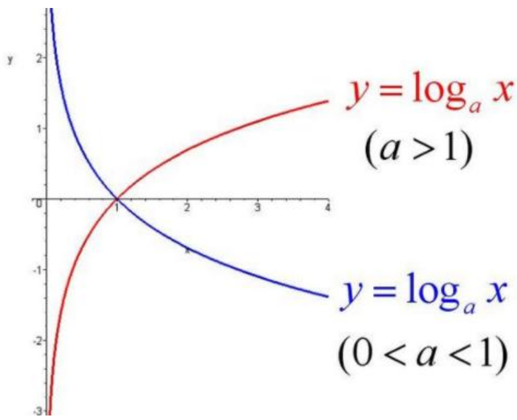
如果 a 的 x 次方等于 N（a>0，且 a≠1），那么数 x 叫做以 a 为底 N 的对数，记作 $x=\log_a N$。其中，a 叫做对数的底数，N 叫做真数

①$log_a(MN) = log_a M + log_a N$

②$log_a(M/N) = log_a M - log_a N$

③$log_a(1/N) = -log_a N$

④$log_a M^n = n log_a M$



五、数列

1.数列的概念

通项公式：数列的第 N 项a_n与项的序数 n 之间的关系可以用一个公式a_n=f(n)来表示，这个公式就叫做这个数列的通项公式，知道一个数列的通项公式，就可以求出这个数列的各项；Sn 表示数列前 n 项的和，Sn=$a_1+a_2+a_3+\ldots+a_n$

2. 等差数列（灵活运用）

数列从第二项开始，每一项与它前面一项的差等于同一个常数，叫做等差数列，可以表示成为： $a_n=a_1$+(n-1)d，其中 d 为数列相邻两项之间的差。a_n-a_{n-1}=d

3. 等比数列（灵活运用）

数列从第二项开始，每一项与它前面一项的比等于同一个常数，叫做等比数列，可以表示成为： a_n=a_1*q^{n-1}，其中 q 为数列相邻两项之间的比。

4. 等差数列的和（掌握）

数列前 n 项的和为s_n：s_n=$\frac{n(a_1+a_n)}{2}$=n*a_1+$\frac{n(n-1)d}{2}$

如果 m+n=q+p　　则有：a_m+ a_n= a_p +a_q

5. 等比数列的和（掌握）

等比数列前 n 项的和为s_n；Sn=$\frac{a1(1-q^n)}{1-q}$　　q$\neq 1$

如果 m+n=q+p　　则有：a_m* a_n= a_p *a_q

名称	等差数列	等比数列
定义	从第二项开始，每一项与它前一项的差等于同一个常数，叫做等差数列，常数叫公差，用 d 表示。 $a_n - a_{n-1} = d$	从第二项开始，每一项与它前一项的比等于同一个常数，叫做等比数列，常数叫公比，用 q 表示。 $\frac{a_n}{a_{n-1}} = q$
通项公式	$a_n = a_1 + (n-1)d$ $a_n = a_m + (n-m)d \quad (n > m)$	$a_n = a_1 q^{n-1}$ $a_n = a_m q^{n-m} \ (n > m)$
前 n 项和公式	$S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2} = na_1 + \frac{n(n-1)d}{2}$	$S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q} (q \neq 1)$
中项	如果 a，A.b 成差数列，那么 A 叫做 a 与 b 的等差中项，且有 $A = \frac{a+b}{2}$	如果 a，G,b 成比数列，那么 G 叫做 a 与 b 的等比中项，且有 $G = \pm\sqrt{ab}$
性质	在等差数列中若 $m+n=p+q$，则有 $a_m + a_n = a_p + a_q$	在等比数列中若 $m+n=p+q$，则有 $a_m \cdot a_n = a_p \cdot a_q$

六、三角函数（掌握）

1．定义：在平面直角坐标系 x0y 中设∠α 的始边为 x 轴的正半轴，设点 P（x，y）为∠α 的终边上不与原点 0 重合的任意一点，且 r=0P，则：

$$\sin\alpha = \frac{y}{r}，\cos\alpha = \frac{x}{r}，$$

$$\csc\alpha = \frac{r}{y}，\sec\alpha = \frac{r}{x}，$$

$$\tan\alpha = \frac{y}{x}，\cot\alpha = \frac{x}{y}。$$

2. 三角函数特殊角的值：

α 角度	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°	270°	360°
α 弧度	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
正弦 sinα	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	−1	0
余弦 cosα	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	−1	0	1
正切 tanα	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	不存在	$-\sqrt{3}$	−1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	不存在	0
余切 cotα	不存在	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	−1	$-\sqrt{3}$	不存在	0	不存在

3. 三角函数万能公式（灵活运用）

①**平方关系：** $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$

②**商式关系：** $\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\tan\alpha$

③**倒数关系：** $\tan\alpha\cot\alpha=1$

$$\sin2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$$

$$\cos2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=2\cos^2\alpha-1$$

$$=1-2\sin^2\alpha$$

$$\tan2\alpha=\frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}$$

4. 和差化积（掌握）

$$\sin(a+b)=\sin a\cos b+\cos a\sin b$$
$$\sin(a-b)=\sin a\cos b-\cos a\sin b$$
$$\cos(a+b)=\cos a\cos b-\sin a\sin b$$
$$\cos(a-b)=\cos a\cos b+\sin a\sin b$$
$$\tan(a+b)=\frac{\tan a+\tan b}{1-\tan a\tan b}$$
$$\tan(a-b)=\frac{\tan a-\tan b}{1+\tan a\tan b}$$

5. 三角函数周期性（了解）

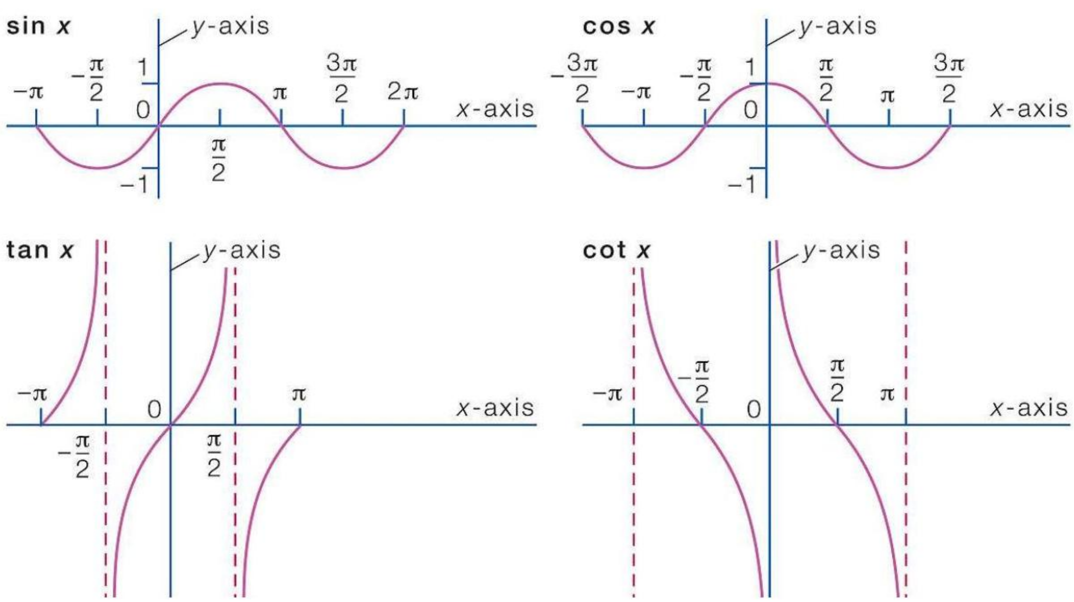
三角函数的周期：T=2π/ω

正弦三角函数的通式：y=Asin(ωx+t)；余弦三角函数的通式：y=Acos(ωx+t)；

正切三角函数的通式：y=Atan(ωx+t);

余切三角函数的通式：y=Acot(ωx+t)。

在 w>0 的条件下：A:表示三角函数的振幅；三角函数的周期 T=2π/ω；三角函数的频率 f=1/T

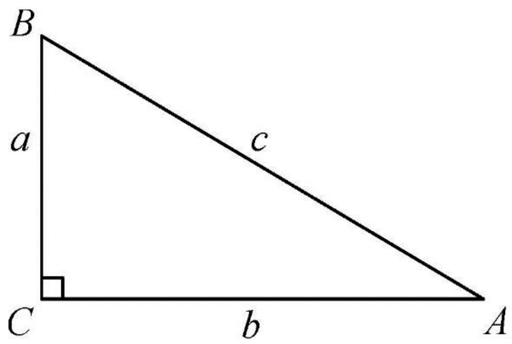


七、解三角形

1．解三角形

在 Rt△ABC 中，设∠C 为直角，a，b，c 分别为∠A，∠B，∠C 的对边，则定义如下四个三角函数：sinA＝a/c，cosA＝b/c，tanA＝a/b，cotA＝b/a。

互余角的三角函数值之间的关系：若∠A＋∠B＝90°，那么 sinA＝cosB 或 sinB＝cosA



对任意三角形来说，都满足 sinC=sin(A+B)；$\sin\frac{A+B}{2}=\cos\frac{C}{2}$

2．正弦定理（灵活运用）

$$\frac{a}{sinA}=\frac{b}{sinB}=\frac{c}{sinC}=2R=D,\ S=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{1}{2}ac\sin B=\frac{1}{2}bc\sin A;$$

3．余弦定理：（灵活运用）

$$\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$$

$$\cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}$$

$$\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$$

八、平面向量

1. 向量的概念（了解）

只有大小的量叫做数量;具有大小和方向的量叫做向量一般用带箭头的字母来表示向量，如 $\overrightarrow{AB}$或$\vec{a}$;

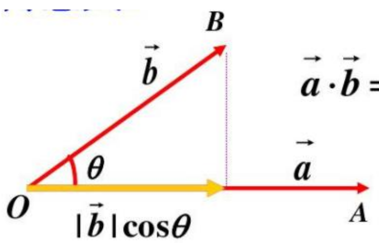
|a|：表示向量 a 的大小叫做向量的模，或者向量的长度;

a=b：表示向量 a 和 b 同向且等长，称作 a 和 b 相等

长度为零的向量叫做零向量，且方向不能确定。

2. 数量积（掌握）

向量数量积：两个非零向量$\vec{a}$和$\vec{b}$，已知他们的夹角为θ，则$|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta$，为这两个向量的数量积



$$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cdot\cos\theta$$

3. 向量数量积的运算律（掌握）

⑴ 交换律：a • b=b • a

⑵ 数乘结合律：（λa）• b=λ（a • b)=a •（λb）

⑶ 分配律：（a+b）• c=a • c+b • c

(4) $a \perp b$ 等价于 $a \cdot b=0$；如：a=(a_1, a_2)，b=(b_1, b_2)，则 ab=$a_1a_2+b_1b_2$=0

(5) a//b，则 $a_1b_2-a_2b_1=0$；或 a//b，$\frac{a1}{a2}=\frac{b1}{b2}$

4. 两点距离公式（了解）

已知 A（x_1, y_1），B（x_2, y_2），则 AB 之间的距离为：

$\overrightarrow{AB}=\sqrt{(x1-x2)^2+(y1-y2)^2}$

九、直线

1. 直线的斜率（灵活运用）

已知点 A（x_1, y_1），B（x_2, y_2）是直线上的任意两点，则斜率 $k=\frac{y2-y1}{x2-x1}$，即 $k=\tan\alpha$

2. 直线方程的表现形式：（灵活运用）

1）斜截式：y=kx+b

2）一般式：Ax+By+c=0

3）点斜式：$y-y_0=k(x-x_0)$

3. 直线的位置关系：（掌握）

$l_1//l_2$，则 $k_1=k_2$

$l_1\perp l_2$，则 $k_1*k_2=-1$

4. 点到直线的距离公式：（掌握）

点 P（x_0, y_0）到直线 l：Ax+By+C=0 的距离：$d=\frac{|Ax0+By0+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$

九、导数

1. 导数的定义：

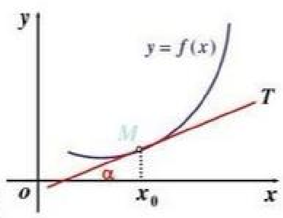
当函数 y=f（x）的自变量 x 在一点 x0 上产生一个增量Δx 时，函数输出值的增量Δy 与自变量增量Δx 的比值在Δx 趋于 0 时的极限 a 如果存在，a 即为在 x_0 处的导数，记作 f′（x_0）或 df（x_0）/dx。

$$f'(x_0)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}$$

2. 导数的几何意义（掌握）

几何意义

$f'(x_0)$表示曲线$y=f(x)$在点$M(x_0,f(x_0))$处的切线的斜率,即$f'(x_0)=\tan\alpha$,（α为倾角）



切线方程为 $y-y_0=f'(x_0)(x-x_0).$

法线方程为 $y-y_0=-\dfrac{1}{f'(x_0)}(x-x_0).$

3. 求导公式（掌握）

$(c)'=0$　　　　$(x^n)'=nx^{n-1}$

$(ax^n)'=anx^{n-1}$　　　　$(ax)'=a$

4.函数单调性的运用（掌握）

函数单调性的判别方法：单调递增区间和单调递减区间

1、求出导数 $f'(x)$

2、令 $f'(x)>0$ 解不等式就得到单调递增区间，令 $f'(x)<0$ 解不等式即得单调递减区间。

最值：最大值和最小值

1、确定函数的定义区间，求出导数 $f'(x)$

2、令 $f'(x)=0$ 求函数的驻点（驻点即 $f'(x)=0$ 时 x 的根，也称极值点），判断驻点是否在所求区间内，不在所在区间内的驻点去掉；

3、求出各驻点及端点处的函数值，并比较大小，最大的为最大值，最小的为最小值

十、圆锥曲线

1. 圆的概念

圆的标准方程：$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$；代表的是以点 0（a，b）为圆心，以 r 为半径的圆；

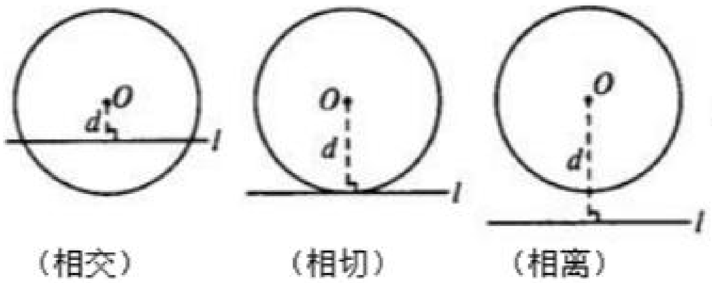
圆的一般方程： $x^2+y^2+Dx+Ey+F=0$

配方法：将圆从一般方程变化到标准方程的过程为配方法。如： $x^2+y^2+4x-6y+4=0$

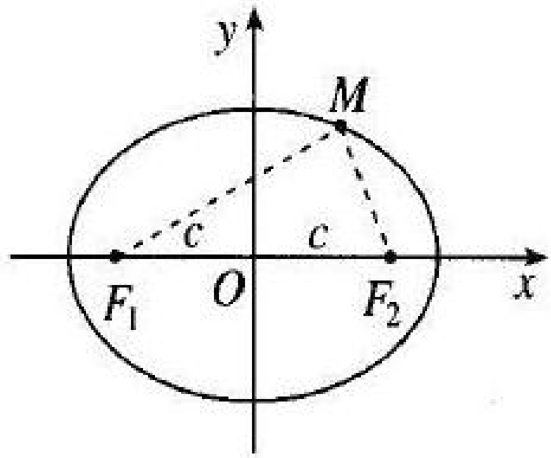
根据配方法可得：$(x+2)^2+(y-3)^2=9$

2. 圆与直线的位置关系（掌握）

一般可以计算圆心到直线的距离来判断圆与直线的位置关系



3. 椭圆（掌握）



椭圆标准公式：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ （$a>b>0$）

性质：长轴：2a，短轴：2b，焦距：$|F_1F_2|$=2c；且$a^2=b^2+c^2$

焦点坐标：F_1（c,0），F_2（-c,0）

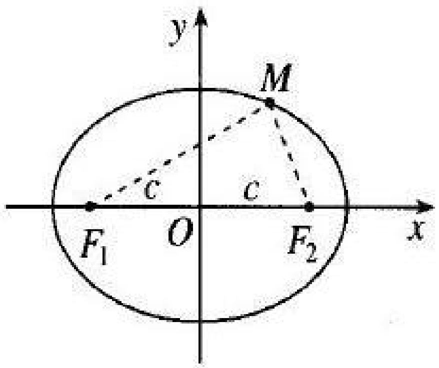
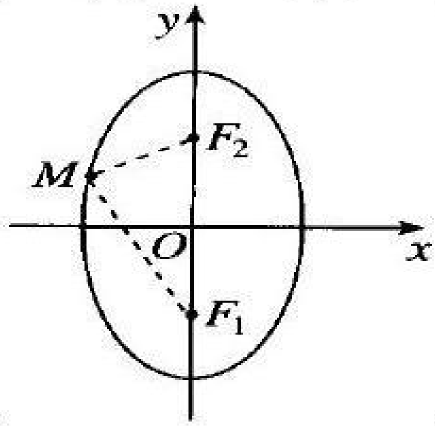
顶点坐标： （a,0）（-a,0）（0,b）（0,-b）

离心率：$e=\frac{c}{a}$ （$0<e<1$）

准线方程：$x=\pm\frac{a^2}{c}$

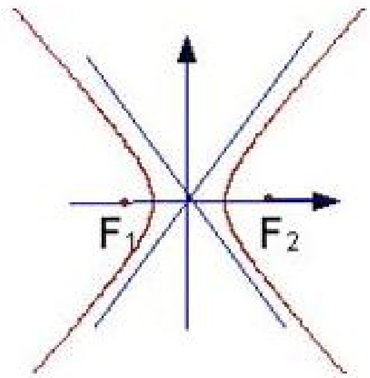
椭圆定义：$|MF_1|+|MF_2|=2a$

椭圆的两种形式：

	当椭圆焦点在 x 轴上时	当椭圆焦点在 y 轴上时
标准方程	$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$	$\frac{y^2}{a^2}+\frac{x^2}{b^2}=1(a>b>0)$
图形		
范 围	$-a\le x\le a$，$-b\le y\le b$	$-a\le y\le a$，$-b\le x\le b$
对称轴	x 轴、y 轴	x 轴、y 轴
对称中心	坐标原点 $O(0,0)$	坐标原点 $O(0,0)$
长轴短轴	长轴长 $2a$，短轴长 $2b$	长轴长 $2a$，短轴长 $2b$
顶点坐标	$(\pm a,0)$，$(0,\pm b)$	$(0,\pm a)$，$(\pm b,0)$
焦点坐标	$(\pm c,0)$，其中 $c^2=a^2-b^2$	$(0,\pm c)$，其中 $c^2=a^2-b^2$
离心率	$e=\frac{c}{a}$(其中 $0<e<1$)	$e=\frac{c}{a}$(其中 $0<e<1$)

4. 双曲线（掌握）

双曲线准公式：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$



性质：实轴：2a，虚轴：2b，焦距: $|F_1F_2|$=2c

且$c^2=b^2+a^2$

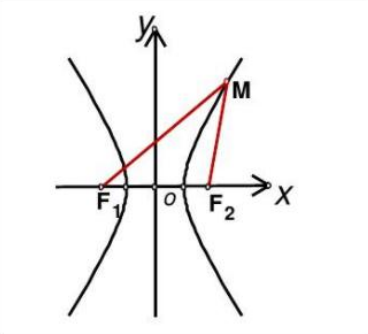
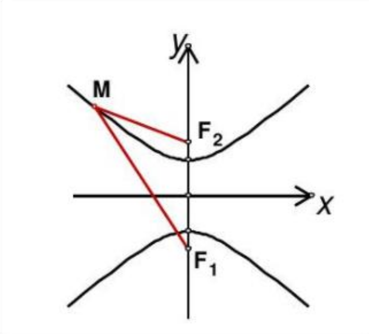
焦点坐标：F_1（c,0），F_2（-c,0）

顶点坐标:（a,0）（-a,0）（0,b）（0,-b）

离心率：$e=\frac{c}{a}$

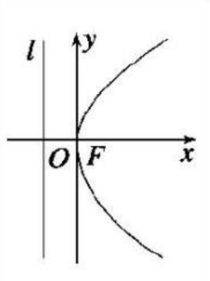
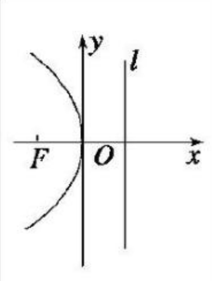
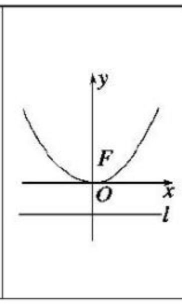
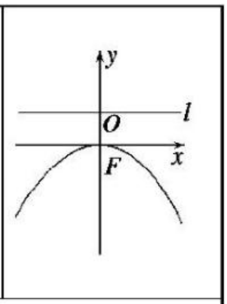
准线方程：$x=\pm\frac{a^2}{c}$；渐近线：$y=\pm\frac{b}{a}x$

双曲线的两种形式：

定义	$\lvert\lvert MF_1\rvert-\lvert MF_2\rvert\rvert=2a$（$0<2a<\lvert F_1F_2\rvert$）	
图象		
方程	$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$	$\dfrac{y^2}{a^2}-\dfrac{x^2}{b^2}=1$
焦点	F ($\pm$c, 0)	F(0, $\pm$ c)
a.b.c 的关系	$c^2=a^2+b^2$	

5．抛物线（掌握）

抛物线准公式：$x^2=2py$；焦点坐标：（0，$\frac{p}{2}$）；准线方程：$y=-\frac{P}{2}$

图形				
顶点	$O(0,0)$			
对称轴	$y=0$		$x=0$	
焦点	$F\left(\frac{p}{2},0\right)$	$F\left(-\frac{p}{2},0\right)$	$F\left(0,\frac{p}{2}\right)$	$F\left(0,-\frac{p}{2}\right)$

十一、排列组合与概率统计

1. 分类计数法和分步计数法（了解）

分类计数法:完成一件事有两类办法，第一类办法由 m 种方法，第二类办法有 n 种方法，无论用哪一类办法中的哪种方法，都能完成这件事，则完成这件事总共有 m+n 种方法。

分步计数法:完成一件事有两个步骤，第一个步骤有 m 种方法，第二个步骤有 n 种方法，连续完成这两个步骤这件事才完成，那么完成这件事总共有 m×n 种方法。

2. 排列和组合公式（了解）

排列（有顺序），公式：$A_n^m = n(n-1)\cdots(n-m+1) = \dfrac{n!}{(n-m)!}$；

例：$A_7^3 = 7\times6\times5$ $\quad$ $A_5^2 = 5\times4$

组合（没有顺序），公式：$C_n^m = \dfrac{n(n-1)\cdots(n-m+1)}{m!} = \dfrac{n!}{m!\cdot(n-m)!}$；

$$C_n^m = C_n^{n-m} \qquad C_n^m + C_n^{m-1} = C_{n+1}^m$$

例：$C_7^3 = \dfrac{A_7^3}{3!} = \dfrac{7\times6\times5}{3\times2\times1} = 35$ $\qquad$ $C_7^4 = \dfrac{A_7^4}{4!} = \dfrac{7\times6\times5\times4}{4\times3\times2\times1} = 35$

3. 相互独立事件同时发生的概率乘法公式（了解）

定义:对于事件 A、B，如果 A 是否发生对 B 发生的概率没有影响，则它们称为相互独立事件。并且，把 A、B 同时发生的事件记为 A.B。

4. 独立重复试验（了解）

定义:如果在一次实验中事件 A 发生的概率为 P，那么 A 在 n 次独立重复试验中恰好发生 k 次的概率为:$p_n(k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$

5. 求方差（了解）

设样本数据为$x_1,x_2,\cdots,x_n$,则样本的平均数为：$\bar{x}=\frac{1}{n}(x_1+x_2+\cdots+x_n)$

样本方差为：$s^2=\frac{1}{n}[(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\cdots+(x_n-\bar{x})^2]$

解析：方差填空题必考，大家务必要记住公式

完全平方公式	$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$	$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$
平方差公式	$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$	